

НЕРУТИНСКИ ПРОБЛЕМИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ВО ОСНОВНО ОБРАЗОВАНИЕ

Силвана Јакимовска Бинова ¹

Една од основните цели на современата настава по математика е да ги оспособи учениците самостојно да решаваат проблеми применувајќи ги стекнатите знаења од предметната област. Но, освен како цел, решавањето проблеми од секојдневието нуди можности тие да се користат како ресурс преку кој учениците активно ќе усвојуваат нови знаења, ќе развиваат вештини за критичко и креативно размислување и примена на знаењето во нови ситуации.

Проблемите во наставата по математика може да се поделат на рутински проблеми (при чие решавање учениците користат однапред познати процедури) и нерутински проблеми (за чие решавање не постои однапред позната процедура, потребни се вештини за размислување од повисок ред како и одреден степен на креативност и оригиналност).

Овој труд има за цел да ја прикаже потребата и можноста за примена на нерутински проблеми во наставата по математика во основно образование. Потребата произлегува од целта на наставата од 21 век да развива граѓани способни критички да размислуваат и решаваат проблеми, нагласено и во рамката на ПИСА21 и во многу други документи. Можноста ќе биде прикажана преку анализа на примери од различни ресурси. Трудот содржи и приказ на стратегии за решавање на нерутински проблеми како и дидактички и педагошки препораки при примена на истите во наставата.

1. ШТО СЕ НЕРУТИНСКИ ПРОБЛЕМИ И ЗОШТО Е ПОТРЕБНО ДА СЕ ВОВЕДАТ ВО НАСТАВАТА

Наспроти рутинските проблеми чие решавање бара вештини како што се помнење и разбирање и при тоа се користат веќе познати процедури, нерутинските проблеми бараат вештини како анализа, синтеза и креирање, постапката за нивно решавање не е однапред позната и нудат можност за креативно и иновативно изразување. Остра граница помеѓу рутинските и нерутинските проблеми не постои. Дали еден проблем е рутински или нерутински зависи од предзнаењата на учениците и нивните претходни искуства. Нерутинските проблеми имаат вредност кога се користат како ресурс за усвојување на нови знаења и поврзување и продлабочување на веќе стекнати знаења.

Освен реализирање на активности за постигнување на збирот од развојни наставни цели од наставниот предмет математика содржани во наставните програми, современата настава по математика мора да вклучува и активности кои кај учениците ќе подржуваат развој на компетенции за решавање на проблеми кои вклучуваат способност за трансфер на знаењето во нови ситуации, креативно размислување и критичко размислување.

Решавањето на нерутински проблеми заедно со земање предвид различни перспективи, оценување на аргументи при докажување и разбирање на продлабочена

Commented [L1]: Не можам да разберам што не е во ред?

структура на проблемите е едно од клучните својства за развој на критичкото размислување. Критичкото размислување пак заедно со креативното размислување, комуникацијата и колаборацијата е една од четирите “К” вештини на 21 век. Не случајно критичкото размислување е една од вештините вклучени и во PISA21 рамката за оценување на математичката писменост за претстојното тестирање. Во рамката PISA21 освен што се дефинирани знаења кои ќе се проверуваат вклучена е и листа со следниве вештини: компјутерско размислување, критичко размислување, креативност, истражување и испитување, самонасочување, иницијативност и упорност, употреба на информации, системско размислување и комуникација и рефлексивност. [4]

Резултатите на нашите ученици на претходните PISA тестирања се на незавидно ниво. На пример, во тестирањето во 2015 година, постигањата на 70% од нашите ученици се на најниско ниво 1 (од вкупно 6 нивоа), 17% од учениците постигнале ниво 2, а само 0,7% од учениците достигнале до ниво 5. Резултатите од тестирањето во 2018 година покажуваат најголем пораст досега, но сепак не доволен значително да ја промениме позицијата во позитивна насока.

Воведувањето на нерутински проблеми во наставата по математика нуди можност за подигнување на квалитетот на активности на часот на ниво кое овозможува развој на клучни вештини и размислување на повисоко ниво. Подигнување на квалитетот на наставните активности е неопходен предуслов за подобрување на постигањата на учениците но и за развој на пошироко множество компетенции неопходни за живот во динамичното општество денес и за соочување со непредвидливите предизвици во иднина. Потребни се луѓе со развиени нерутински-аналитички и нерутински-интерактивни вештини.

2. ВОВЕДУВАЊЕ НА НЕРУТИНСКИ ПРОБЛЕМИ ВО НАСТАВАТА

Воведувањето на нерутински проблеми во наставата е најголемиот нерутински проблем за наставникот.

За успешно започнување на “процесот” неопходно е наставникот да обезбеди нерутински проблеми, да планира ефективни инструкции за разбирање на проблемот и поддршка на работата на учениците, како и конструктивна средина во која учениците ќе споделуваат мислења, ќе преземаат ризици, ќе се обидуваат, ќе грешат и повторно ќе се обидуваат. Но пред сè, најважно е самиот наставник да биде убеден дека наместо како збирка од апстрактни и неповрзани концепти кои треба да се научат, математиката треба да се предава како група од активности за решавање на проблеми кои се засноваат на моделирање на реалноста.

Обезбедувањето на нерутински проблем е првата задача на наставникот, и за среќа ИКТ технологиите денес се на негова страна. Тие нудат можност за пронаоѓање идеи за нерутински проблеми кои недостасуваат во учебниците одобрени за користење во настава, но и можност за формулирање на проблемот во мултимедијален облик. Учењето започнува со љубопитност, а токму **претставувањето на проблемот со помош на слика или видео клип, како приказна, мистерија, конфликт или изненадување**

потикнува љубопитност, но од друга страна таквото претставување овозможува и полесно организирање и комбинирање на информациите со претходното знаење во ментален модел на проблемот.[3] Селектирање на потребните информации и конструирање на ментален модел на проблемот е основа на **разбирање на проблемот**, а еден проблем не може да биде решен без да е разбран. **Конструкцијата на ментален модел** е задача за учениците. Очекувано е понекогаш учениците спонтано да не започнат да генерираат модел на проблемот. При обезбедување поддршка во оваа фаза (доколку е потребно) на пример, преку реструктурирање на проблемот, наставникот мора да внимава на нивото кое ќе го обезбеди. Обезбедување на готова репрезентација значи завршена работа од страна на наставникот, и вклучување на учениците само за извршување на рутински процедури и пресметки, што воопшто не е цел на решавањето на нерутинските проблеми. Доколку наставникот обезбеди високо ниво на реструктурирање на проблемот, од една страна тоа би значело вложување на помалку напор од страна на учениците за разбирање на проблемот, или пак зголемување на потребно време учениците да го разберат реструктурираниот проблем. Се препорачува на почеток ниско ниво и постепено реструктурирање за да се обезбеди слобода учениците да развијат сопствена стратегија за решавање на проблемот.[3] Улогата на наставникот е да поддржи различна интерпретација на проблемот, односно дадените податоци и барањето на проблемот како и модифицирање на претставувањата на истите (конкретно и апстрактно, функционално и структурно, ориентирано кон концепт или кон изглед и сл.).[1]

Откако е обезбедено разбирање на проблемот од страна на учениците кое вклучува селектирање на соодветни информации и организирање и комбинирање со претходното знаење во ментален модел, следен чекор е **планирање на решавањето и избор на стратегија**. При воведување на нерутинските проблеми во наставата, наставникот мора да има во предвид запознавање на учениците со одреден број на често користени стратегии како на пример: *решавање на поедноставен проблем, барање на правилност-шаблон, процени и провери, состави листа, користи манипулативи* и сл.

Изборот на стратегија е задача на ученикот, а задача на наставникот е да ја разбере и поддржува важноста од стимулирање на флексибилност кај учениците при избор и користење на стратегии за решавање на проблем, и тоа, флексибилност во рамки на еден проблем (менување на стратегии во рамки на една задача заради добивање на решението но и оценување на ефективност на применетите стратегии) и флексибилност при решавање на различни проблеми.[3]

При примена на планот и решавање на проблем учениците се ориентираны кон резултат и не се обидуваат да вклучат креативност и критичност во решавањето.[2] Преку поставување на прашања насочени и кон природот, односно процесот, наставникот ќе обезбеди рефлексивност за применетата стратегија и секако за добиеното решение.

Со добивање на решението не треба да престане размислувањето кај учениците, а ефикасен начин да се постигне ова е преку проширување на проблемот односно дополнително прашање поврзано со решениот проблем, кое нуди можност за продлабочување на учењето и ново учење.

Во целиот процес на решавање на нерутинските проблеми важна е **конструктивната средина** во која се подржува и важноста на погрешните одговори како можност за учење од грешки но и можност за насочување на подршката на учениците од страна на наставникот, како и важноста на начинот на кој се гради искуството. Воопшто не е важен бројот на решени задачи.

3. ПРИМЕРИ ОД НАСТАВАТА

Во продолжение ќе бидат дадени неколку примери кои се соодветни за примена во наставната пракса како и предлог стратегија за нивно решавање.

Задача 1. Броене луѓе: Колку луѓе присуствувале на митингот? (Слика 1)



Слика 1. Слика што ја користат учениците за Задача 1

Проблемот е прилагоден од проектот Mascil—Mathematic and science for life, кој преку задачи од реален контекст, ги става учениците во улога на професионалци вклучени во активности поврзани со некое работно место да извршуваат задача која бара математички знаења и вештини, со цел да го добијат бараниот производ.[5]

Овој проблем би претставувал нерутински проблем за ученици (5одд. или бодд. од нашето деветгодишно образование) кои се воведени во поимот плоштина и проценка на должина, но нивното знаење е на ниво на формална примена на формула за пресметување плоштина на правоаголник.

Предложена стратегија за решавање на овој проблем е **Процени и пресметај**, при што на почетокот учениците би се насочиле кон:

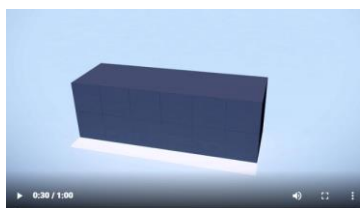
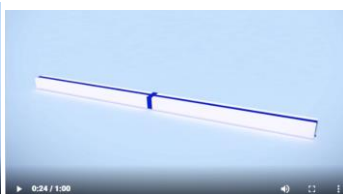
- разбирање на поимот плоштина и површина од $1m^2$,
- одредување кои се потребните податоци за добивање на решението (дали и како од сликата можеме да ги добиеме),
- проценка на должината и ширината на површината од сликата на која се наоѓаат луѓе (на пример, со користење на податоци за големина на коловозна лента како аргумент за прецизноста на проценката),
- проценка на просечен број на луѓе на $1m^2$ (на пример, после исцртување на мрежа од квадратчиња кои би претставувале површина од $1m^2$, при што за аргументирање на прецизноста на проценката учениците би ја имале во предвид и нерамномерната “густина” на луѓе на целата површина)

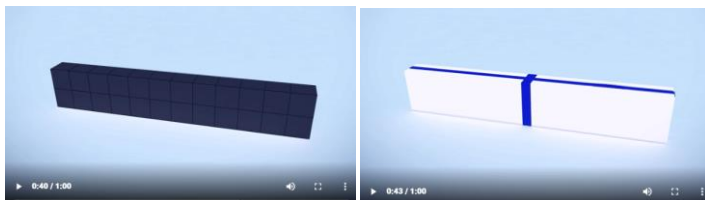
Како дополнително прашање би можеле на учениците да им се понуди следнава слика во која би можело да се вклучи пресметување на плоштина од сложени форми составени од правоаголници. (Слика 2)



Слика 2. Слика што ја користат учениците за дополнително прашање од Задача 1

Задача 2. Пакување бомбони: Кој од предложените е најфитниот начин да се спакуваат овие бомбони?[6] (Видео клип достапен на <https://www.101qs.com/3038>, Слика 3)





Слика 3. Слика од видеоклипот за Задача 2

Овој проблем би претставувал нерутински проблем за ученици (7одд. од нашето деветгодишно образование) кои се воведени во поимите плоштина и плоштина на сложени фигури кои може да се поделат на правоаголници, со цел да се насочат кон примена на истите во пресметување на плоштина на квадар.

Предложена стратегија за решавање на овој проблем е *Состави листа и пресметај*, при што на почетокот учениците би се насочиле кон:

- разбирање на поимот плоштина на квадар како збир од плоштини на правоаголници - неговите сидови,
- одредување на потребните податоци за вршење на пресметките (број на бомбони, димензии на трите понудени начини на пакување и сл.),
- Составување на две листи - за употребната хартија и за украсната лента,
- Донесување одлука за најефтин начин според добиените пресметки.

Како дополнителни прашања би можеле од учениците да побараме да одредат: *Дали постои поефтин начин од понудените?* или *Кој би бил најефтиниот начин за пакување на 80 бомбони?*

Задача 3. Базен со Кока-кола: Колку денари ќе не чини базенот да го наполниме со Кока Кола?[7] (Слика 4)



Слика 4. Слика што ја користат учениците за Задача 3

Овој проблем би претставувал нерутински проблем за ученици (8одд. од нашето деветгодишно образование) кои се воведени во поимот волумен, но целта е продлабочување на концептуалното знаење за пресметување на волумен на 3Д тела и примена на истото во реален контекст.

Предложена стратегија за решавање на овој проблем е *Процени и пресметај*, при што на почетокот учениците би се насочиле кон:

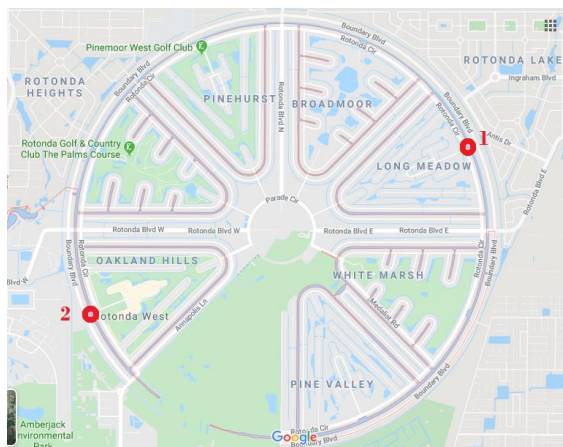
- разбирање на поимот волумен и волумен од од $1m^3$,
- одредување кои се потребните податоци за пресметка на решението (дали и како од сликата можеме да ги добиеме),
- проценка на должината и ширината на базенот од сликата и претпоставка за неговата длабочина,
- проценка и пресметка на потребните шишиња за да се наполни $1m^3$ (може и да се состави листа земајќи ги во предвид различни пакувања и нивните цени).

Како дополнително прашање би можеле на учениците да им се понуди следнава слика во која базенот е во форма на цилиндар. (Слика 5)



Слика 5. Слика што ја користат учениците за дополнително прашање од Задача 3

Задача 4. Најкраток пат: Кој е најкраткиот пат на дадената мапа од точка 1 до точка 2? (Слика 6)



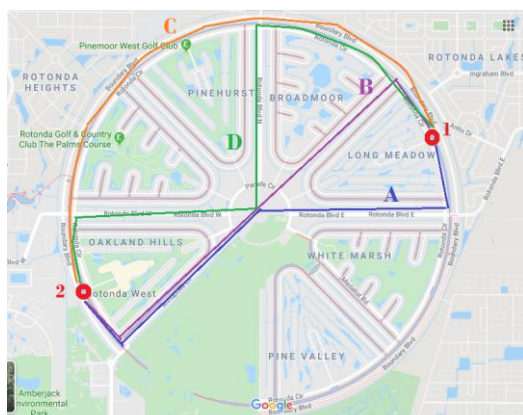
Слика 6. Слика што ја користат учениците за Задача 4

Овој проблем би претставувал нерутински проблем за ученици (7одд. од нашето

деветгодишно образование) кои се воведени во поимот периметар на многуаголници, но целта е разбирање на формулата за периметар на круг како должина приближно еднаква на три дијаметри.

Предложена стратегија за решавање на овој проблем е *Состави листа, процени и пресметај*, при што на почетокот учениците би се насочиле кон:

- Разбирање на формулата за периметар на круг како должина приближно еднаква на три дијаметри,
- Составување на листа од можни патишта од точка 1 до точка 2,
- проценка на најкраткиот пат,
- пресметки за должините за секој од патиштата од претходно составената листа (Табела 1, Слика 7)



Слика 7. Слика можни патишта, решенија за Задача 4.

Пат	Се состои од
A	$\frac{2}{16}$ кружница + 2 радиуси
B	$\frac{2}{16}$ кружница + 2 радиуси
C	$\frac{8}{16}$ кружница
D	$\frac{4}{16}$ кружница + 2 радиуси

Табела 1. Листа од можни патишта, и нивна должина за Задача 4.

Дополнително прашање: *Каде би требало да се помести целта 2 за да должината на A и C биде еднаква?*

Задача 5. Квадрати на шаховска табла: Колку вкупно квадрати гледаш на шаховската табла? (Слика 8)

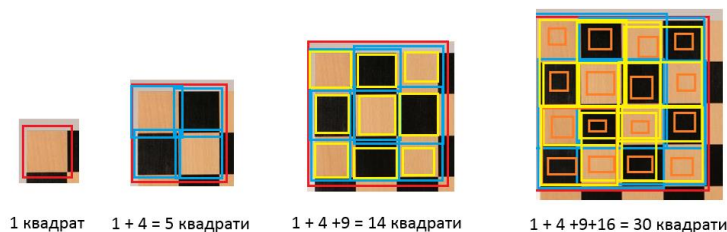


Слика 8. Слика што ја користат учениците за Задача 5

Овој проблем би претставувал нерутински проблем за ученици кои немаат решавано сличен проблем, а целта е воведување на учениците во систематско броење и откривање на шаблони, или геометриски претставувања во бројни низи за ученици од повисоките одделенија.

Предложена стратегија за решавање на овој проблем е *Решавање на поедноставен проблем, откривање на правило-шаблон* при што на почетокот учениците би се насочиле кон:

- Разгледување на поедноставни проблеми (Слика 9),
- Откривање на правилото во добиената бројна низа од решенијата на поедноставните проблеми.



Слика 9. Слика со поедноставени проблеми на Задача 5

Дополнително прашање: *Колку правоаголници има на шаховската табла?*

Задача 6. Креирање маски: Колкави се шансите од понудените елементи да креираш правилна маска?



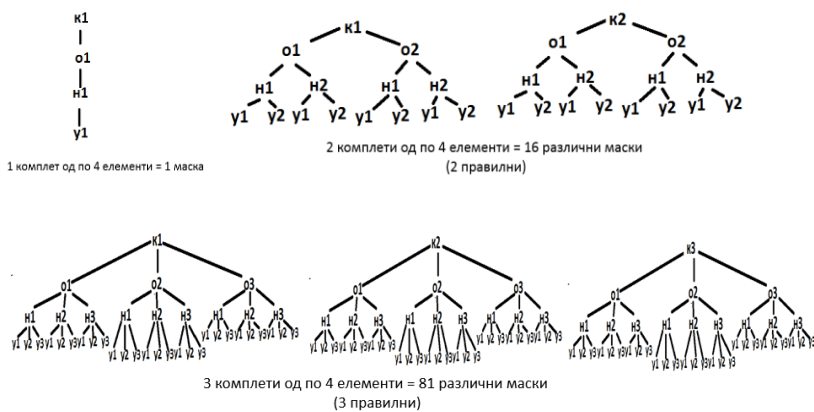
Слика 10. Слика од манипулативи што ги користат учениците за Задача 6

Проблемот е инспириран од играта Stoopido.

Овој проблем би претставувал нерутински проблем за ученици (8одд. од нашето деветгодишно образование) кои се воведени во поимот веројатност, но целта е разбирање на поимите од комбинаторика.

Предложена стратегија за решавање на овој проблем е *Решавање на поедноставен проблем, користење дијаграм, откривање на правило-шаблон* при што на почетокот учениците би се насочиле кон:

- Разгледување на поедноставни проблеми и составување дијаграми (Слика 11),
- Одредување на правилото во добиената бројна низа од решенијата на поедноставните проблеми.



Слика 11. Слика со дијаграми за поедноставени проблеми Задача 6.

Дополнително прашање: *Што се случува со веројатноста ако комплетите се состојат од 5 елементи?*

Нерутинските проблеми се алатка за развој на критичкото размислување и креативноста, и нудат можност за развој на вештини за размислување од повисок ред, продлабочување на знаењата на ниво на концепти и принципи и можност за развој на метакогнитивните вештини, кои се со огромна важност за понатамошниот развој на знаењата и вештините но и на личноста на ученикот и неговата подготвеност за доживотно учење.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] C. Arslan, Y. Yazgan, *Common and Flexible Use of Mathematical Non Routine Problem Solving Strategies*, American Journal of Educational Research, , Vol. 3, No. 12, 1519-1523, 2015. 7
 - [2] I. Bayazit, *An Investigation of Problem Solving Approaches, Strategies, and Models Used by the 7th and 8th Grade Students when Solving Real-World Problems*, Educational Sciences: Theory & Practice - 13(3) 1920-1927, 2013 8
 - [3] T. Reuter, W. Schnotz, R. Rasch, *Drawings and Tables as Cognitive Tools for Solving Non-Routine Word Problems in Primary School*, American Journal of Educational Research, , Vol. 3, No. 11, 1387-1397, 2015. 1
 - [4] *Pisa, Pisa 2021 Mathematics Framework*
<https://pisa.e-wd.org/>
 - [5] *Mascil-project*,
<http://www.mascil-project.eu/>
 - [6] *101qs, Dandy Candies*
<https://www.101qs.com/3038>
 - [7] *101qs, Coca Cola Pool*
<https://www.101qs.com/3896-coca-cola-pool>
 - [8] *101qs, Rotonda West, FL*
<https://www.101qs.com/3059-rotonda-west-fl>
- 1 ООУ Страшо Пинџур,
Карбинци, (2207) Карбинци, Р. Македонија
e-mail: jakimovska.silvana@yahoo.com