

Квадратна фрактална снегулка и Квадратна фрактална површина на Кох

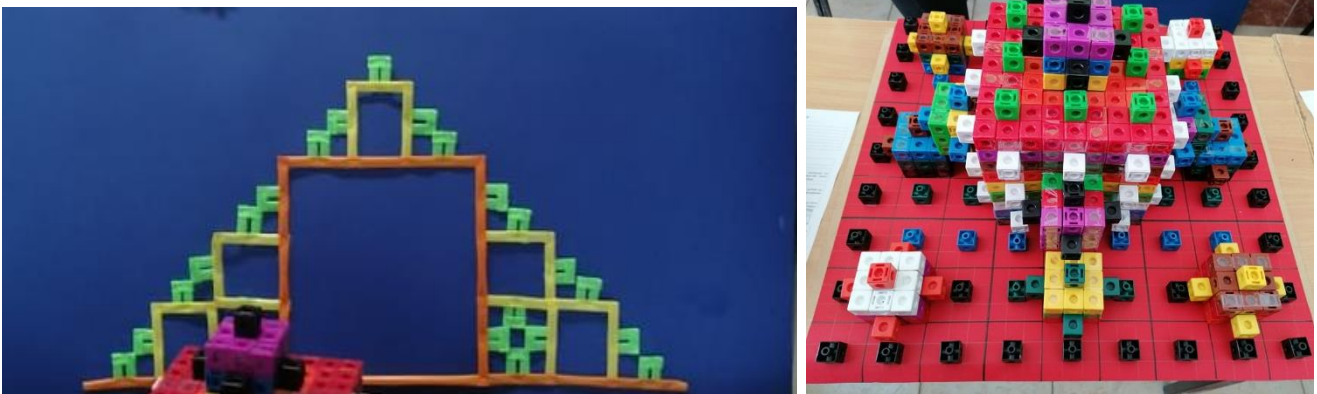
Тела составени од правилни форми како квадрат, цилиндар, топка, линија, конус може да се проучуваат со примена на Евклидовата геометрија. Од друга страна голем број на тела во природата како на пример планините, облаците, дрвата и сл. се комплексни и “неправилни” и не можат да се опишат со Евклидовата геометрија.

Голем број на природни тела заради својата комплексност тешко можеле да се претстават математички се до 1960год. кога математичарот Benoit Mandelbrot пронашол начин и комплексните форми да се проучуваат на систематски начин. Неговото решение се фракталите.


Што е фрактал?

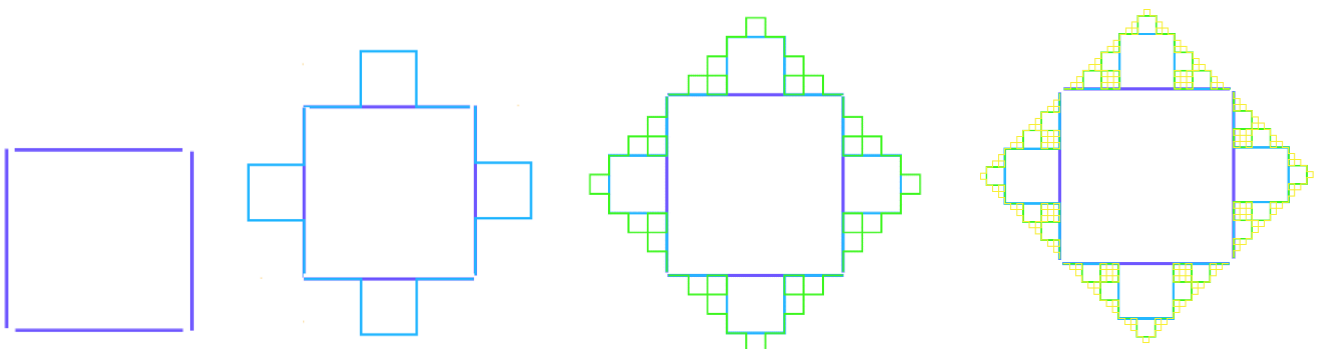
Фрактал е бесконечен шаблон кој е сличен на самиот себе во различни размери. Тие се создаваат со бесконечно повторување на едноставен процес. Фракталните облици се присутни и во човековото тело (пр. Фрактална структура имаат белите дробови, крвните садови и неврните).

Од големиот број на фрактали ние ги избравме геометриските фрактали – Квадратна фрактална снегулка на Кох и Квадратна фрактална површина на Кох како и ги анализиравме нивните страна, плоштина и периметар во секој од чекорите на конструкција.



Нашите модели на Квадратна фрактална снегулка на Кох и Квадратна фрактална површина на Кох

1. **Квадратна фрактална снегулка на Кох** – е затворена крива слична на Снегулката на Кох добиена од квадрат. Се добива со постојана замена тш. Во секој нареден чекор отсечките-страни на квадрат во претходен чекор се заменуваат со линија со облик , при што должината на секоја од новите отсечки во погоре дадениот облик е $\frac{1}{3}$ од должината на отсечката која е заменета. (Слика 1)



Слика 1. Први четири чекори од конструкција на Квадратна фрактална снегулка на Кох.

Во Табела 1 и Табела 2 се прикажани резултатите од пресметките на периметарот и плоштината на Квадратна фрактална снегулка на Кох за различен чекор на замена.

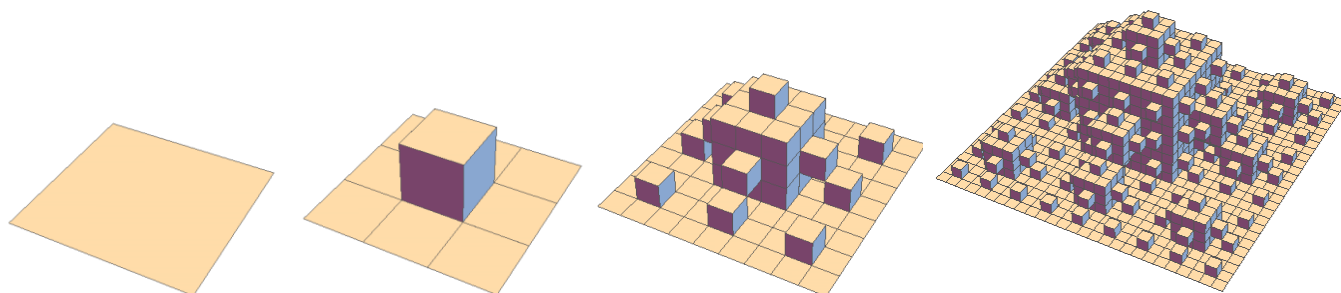
| чекор | вкупна должина на страната после замената | Периметар |
|-------|---|---------------------------|
| 0 | a | $4a$ |
| 1 | $a + \frac{2}{3}a = \frac{5}{3}a$ | $4 \cdot \frac{5}{3}a$ |
| 2 | $\frac{5}{3}a + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3}a = \frac{25}{9}a$ | $4 \cdot \frac{25}{9}a$ |
| 3 | $\frac{125}{27}a$ | $4 \cdot \frac{125}{27}a$ |

| чекор | број на нови квадрати | должина на страна на додадените квадрати | Плоштина на додаден квадрат | Плоштина |
|-------|--------------------------|--|-----------------------------|---|
| 0 | 1 | a | a^2 | a^2 |
| 1 | 4 | $\frac{1}{3}a$ | $\frac{1}{9}a^2$ | $a^2 + 4 \cdot \frac{1}{9}a^2$ |
| 2 | $4 \cdot 5 = 20$ | $\frac{1}{9}a$ | $\frac{1}{81}a^2$ | $a^2 + 4 \cdot \frac{1}{9}a^2 + 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{81}a^2$ |
| 3 | $4 \cdot 5 \cdot 5 = 20$ | $\frac{1}{27}a$ | $\frac{1}{729}a^2$ | $a^2 + 4 \cdot \frac{1}{9}a^2 + 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{81}a^2 + 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{729}a^2$ |

Со анализа на фигурата до третиот чекор зависностите на страната, периметарот и плоштината се јасни и лесно можат да се поврзат и со конструкцијата и со добиените алгебарски изрази. Заклучокот е дека Квадратна фрактална снегулка на Кох е фигура со ограничена плоштина и периметар кој се зголемува.

Снегулката на Кох има своја примена како минијатурна фрактална антена заради ограничената површина и бесконечната должина.

2. Квадратна фрактална површина на Кох – е 3Д варијација на Квадратна фрактална снегулка на Кох која започнува со квадрат а во секој следен чекор се додава коцка над квадратот кој е во центар на секоја квадратна површина поделена на 9 квадрати. (Слика 2)



Слика 2. Први четири чекори од конструкција на Квадратна фрактална површина на Кох

Во следниве Табела 3 и Табела 4 се прикажани резултатите од пресметките на плоштината и волуменот на Квадратна фрактална површина на Кох за различен чекор.

| Табела 3 - Пресметки на плоштина на Квадратна фрактална површина на Кох за различен чекор | | | | |
|---|---|--|-----------------------------|--|
| чекор | број на додадени квадратни видови | должина на страна на додадените квадрати | Плоштина на додаден квадрат | Плоштина |
| 0 | 1 | a | a^2 | a^2 |
| 1 | 4 | $\frac{1}{3}a$ | $\frac{1}{9}a^2$ | $a^2 + 4 \cdot \frac{1}{9}a^2$ |
| 2 | $4 \cdot 5 + 4 \cdot 8$ $= 4 \cdot 13$ | $\frac{1}{9}a$ | $\frac{1}{81}a^2$ | $a^2 + 4 \cdot \frac{1}{9}a^2 + 4 \cdot 13 \cdot \frac{1}{81}a^2$ |
| 3 | $13 \cdot (4 \cdot 5 + 4 \cdot 8)$ $= 4 \cdot 13 \cdot 13$ | $\frac{1}{27}a$ | $\frac{1}{729}a^2$ | $a^2 + 4 \cdot \frac{1}{9}a^2 + 4 \cdot 13 \cdot \frac{1}{81}a^2 + 4 \cdot 13 \cdot 13 \cdot \frac{1}{729}a^2$ |

| Табела 4 - Пресметки на волумен на Квадратна фрактална површина на Кох за различен чекор | | | | |
|--|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------|---|
| чекор | број на нови коцки | должина на страна на додадените коцки | Волумен на додадена коцка | Волумен |
| 0 | 0 | | | |
| 1 | 4 | $\frac{1}{3}a$ | $\frac{1}{27}a^3$ | $\frac{1}{27}a^3$ |
| 2 | $5 + 8 = 13$ | $\frac{1}{9}a$ | $\frac{1}{729}a^3$ | $\frac{1}{27}a^3 + 13 \cdot \frac{1}{729}a^3$ |
| 3 | $13 \cdot (5 + 8)$ $= 13 \cdot 13$ | $\frac{1}{27}a$ | $\frac{1}{27^3}a^3$ | $\frac{1}{27}a^3 + 13 \cdot \frac{1}{729}a^3 + 13 \cdot 13 \cdot \frac{1}{27^3}a^3$ |

Заклучокот е дека Квадратна фрактална површина на Кох е фигура со ограничен волумен и плоштина која се зголемува.

Квадратна фрактална површина на Кох заради ограниченоста на волуменот а растечката површина е слична со белите дробови на човекот чија површина е како тениско игралиште, а волуменот од само неколку кубни дециметри. Таа има примена во индустриски процедури за кои е неопходно внимателно мешање на супстанции без користење на многу енергија и без турбуленции.

Користена литература:

<https://fractalfoundation.org/resources/fractivities/>

<https://demonstrations.wolfram.com/SquareKochFractalCurves/>

<https://demonstrations.wolfram.com/SquareKochFractalSurface/>

Периметар и плоштина на фрактали на Кох by Силвана ЈБинова
is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).